

3. Lineární nerovnice s jednou neznámou

LINEÁRNÍ NEROVNICE - nerovnice tvaru

$$ax + b \geq 0 \quad ax + b \leq 0 \quad x \dots \text{neznámá}$$

$a, b \dots$ koeficienty

- při řešení můžeme EKVIVALENTNÍ ÚPRAVY NEROVNIC (viz čl. 1)

Příklady

① Řeš v $\mathbb{R}$

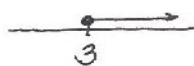
a) $3x - 7 \leq 5x - 13 \quad \mathbb{O} = \mathbb{R} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}$

1. úpr. $3x - 7 \leq 5x - 13 \quad | -5x + 7$

$$3x - 5x \leq -13 + 7$$

$$-2x \leq -6 \quad | :(-2)$$

$$! x \geq 3 \quad < 0 \Rightarrow \text{OBRÁTIT ZNAK NEROVNOSTI}$$



$$\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 3\}$$

$$\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 3\}$$

$$\mathcal{K} = [3; +\infty)$$

2. úpr. $3x - 7 \leq 5x - 13 \quad | -3x + 13$

$$-7 + 13 \leq 5x - 3x$$

$$6 \leq 2x \quad | :2$$

$$3 \leq x \quad \Rightarrow \text{NEOBRÁCÍME ZNAK NEROVN.}$$

$$! x \geq 3$$

(UN!) PŘI VÝHĚNĚ STRAN NERCE OBRÁCÍME I ZNAK NEROVNOSTI

! NÁSOBÍME-LI (DĚLÍME-LI) OBE STRANY NEROVNICE ZÁPORNÝM ČÍSLEM (VÝRAZEM) $\Rightarrow$ OBRÁTÍME ZNAK NEROVNOSTI (UN!)

b) $2 - \frac{x+2}{3} > x - \frac{x+3}{3} \quad | \cdot 3 \quad \mathbb{O} = \mathbb{R} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}$

$$6 - (x+2) > 3x - (x+3)$$

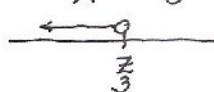
$$6 - x - 2 > 3x - x - 3$$

$$4 > 3x - 3 \quad | +3$$

$$7 > 3x \quad | :3$$

$$\frac{7}{3} > x$$

$$x < \frac{7}{3}$$



$$\mathcal{K} = (-\infty, \frac{7}{3})$$

nebo

$$6 - x - 2 > 3x - x - 3$$

$$4 - x > 2x - 3 \quad | -2x - 4$$

$$-3x > -7 \quad | :(-3) < 0$$

$$! x < \frac{7}{3} \quad \text{OBRÁTIT ZNAK NEROVNOST}$$

ZOPAKUJTE SI INTERVALY

DOPORUČUJI

$$-3x > -7 \quad | \cdot (-1)$$

$$! 3x < 7 \quad | :3$$

$$x < \frac{7}{3}$$

Najdeš-li si kladné číslo w x $\Rightarrow$ dělíme vždy kladným číslem

c) $2x - \sqrt{2} < x\sqrt{2} - 2 \quad \mathbb{O} = \mathbb{R} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}$

čísly s neznámou na jedné straně $\Rightarrow$ vyjádřit neznámou

$$2x - x\sqrt{2} < -2 + \sqrt{2}$$

$$x(2 - \sqrt{2}) < -2 + \sqrt{2} \quad | : (2 - \sqrt{2})$$

$$x < \frac{-2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$x < \frac{-1(2 - \sqrt{2})}{2 - \sqrt{2}}$$

$$x < -1 \quad \mathcal{K} = (-\infty, -1)$$

[! ? kladné, kladné]

$\Rightarrow$ NEOBRÁCÍME ZNAK NEROVN.

! POZOR PŘI DĚLENÍ DVOČLEMEM - ZJISTIT, ZDA JE Kladný, záporný

$$x(3 - \pi) < 3 - \pi \quad | : (3 - \pi)$$

$$x < \frac{3 - \pi}{3 - \pi}$$

$$x < 1$$

NEOBRÁTIT ZNAK NER.

② Řeš v daných množinách

a) v N : $x-4 < 8-x$ $\sigma=N$
 $\emptyset=N$

$$2x < 12$$

$$x < \frac{12}{2}$$

$$x < 6 \quad \left[\begin{array}{c} \text{ALE V } N \\ 1 \ 2 \ \dots \ 7 \ 8 \end{array} \right]$$

$$M = \{x \in N; x < 6\}$$

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

b) v Z : $6x+1 > 2(x-5)-1$

$$6x+1 > 2x-10-1$$

$$4x > -12$$

$$x > -3$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{ALE V } Z \\ -3 \ -2 \ -1 \ 0 \ \dots \end{array} \right]$$

$$M = \{x \in Z; x > -3\}$$

$$= \{-2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

- POKUD ŘEŠÍME V MNOŽ. PŘÍR. ČÍSEL (N) NEBO
 OBYČN. ČÍSEL (Z) $\Rightarrow$ NELZE ZAPSAT INTERVALEM

③ Řeš v R

a) $y+1 \geq y$ $\sigma=R$
 $\emptyset=R$

$$0y \geq -1$$

$$(0 \geq -1)$$

PLATÍ

$$M = \emptyset = R$$

b) $2y+5 < 2y+3$ $\sigma=R$
 $\emptyset=R$

$$0y < -2$$

$$(0 < -2)$$

NEPLATÍ

$$M = \emptyset$$

c) $x+3 \leq 2x-7$ $\sigma=R$
 $\emptyset=R$

$$-x \leq -10 \quad | \cdot (-1)$$

$$x \geq 10$$

$$\left[\begin{array}{c} 10 \end{array} \right]$$

$$M = [10; +\infty)$$

④ Řeš v daných množinách

DÚ a) $(u-3)^2 + 3(u-1) \leq (u+3)(u-3)$ $\sigma=Z$
 $\emptyset=Z$

$$u^2 - 6u + 9 + 3u - 3 \leq u^2 - 9$$

$$-3u + 6 \leq -9$$

$$-3u \leq -15 \quad | : (-3)$$

$$u \geq 5$$

$$M = \{u \in Z; u \geq 5\} = \{5, 6, 7, \dots\}$$

b) $0 \leq 7-2x$ $\sigma=R^+ = (0; +\infty)$
 $\emptyset = (0; +\infty)$

$$2x \leq 7$$

$$x \leq \frac{7}{2}$$

$$\left[\begin{array}{c} 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{c} \frac{7}{2} \end{array} \right]$$

$$M = (0; \frac{7}{2}]$$

c) $\frac{4x}{5} - \frac{x+2}{2} > \frac{3x}{10} - 2$ $\sigma=N$
 $\emptyset=N$

$$2 \cdot 4x - 5(x+2) > 3x - 2 \cdot 10$$

$$8x - 5x - 10 > 3x - 20$$

$$3x - 10 > 3x - 20$$

$$0x > -10$$

$$(0 > -10)$$

PLATÍ

$$M = \emptyset = N$$

d) $2 \cdot \frac{4x-5}{3} - \frac{5x}{2} \geq \frac{x+1}{6}$ $\sigma=Z$
 $\emptyset=Z$

$$\frac{2(4x-5)}{3} - \frac{5x}{2} \geq \frac{x+1}{6} \quad | \cdot 6$$

$$2 \cdot 2(4x-5) - 3 \cdot 5x \geq x+1$$

$$16x - 20 - 15x \geq x+1$$

$$x - 20 \geq x+1 \quad | -x+20$$

$$0x \geq 21$$

$$(0 \geq 21)$$

NEPLATÍ

$$M = \emptyset$$

e) $(4-x)x > 24-x^2$ $\sigma=R$
 $\emptyset=R$

$$4x - x^2 > 24 - x^2$$

$$4x > 24$$

$$x > 6$$

$$\left[\begin{array}{c} 6 \end{array} \right] \quad M = (6; +\infty)$$

f) $2\pi x > 1$ $\sigma=R$
 $\emptyset=R$

$$x > \frac{1}{2\pi}$$

$$\left[\begin{array}{c} \frac{1}{2\pi} \end{array} \right]$$

$$M = (\frac{1}{2\pi}; +\infty)$$

g) $2x+1 > 1-x$ $\sigma=R$
 $\emptyset=R$

$$3x > 0 \quad | : 3$$

$$x > 0$$

$$\left[\begin{array}{c} 0 \end{array} \right]$$

$$M = (0; +\infty) = R^+$$